

ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ ПРИ ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ

©2009 М. Е. Тимощук

*канд. пед. наук, доцент каф. алгебры, геометрии
и теории обучения математике.
Тел.: 8-909-239-59-21*

Курский государственный университет

В работе рассматривается возможность совершенствования процесса обучения студентов физико-математических факультетов и учащихся старших классов школ решению задач на построение сечений многогранников с помощью ЭВМ. Обучающая программа создана на основе использования алгоритмических предписаний и эвристик, способствует формированию творческого мышления, общей культуры решения задач.

Ключевые слова: эвристика, алгоритм, творческое мышление, обучающая программа, статический аспект, динамический аспект, общая культура решения задач.

Раздел стереометрия (геометрия в пространстве) изучается как учащимися старших классов общеобразовательных школ, так и студентами физико-математических факультетов университета. Основные цели изучения этого курса: развитие логического мышления, формирование пространственного воображения обучаемых. Пространственные представления – важная особенность интеллекта, которая является структурным компонентом деятельности человека при решении различного рода задач. Это представление о форме, положении, величине, расстоянии, направлении и других пространственных соотношениях и связях в предмете и между предметами. Успешное овладение многими современными профессиями, мыслительная деятельность в которых осуществляется с опорой на образы предметов и действий с ними, зависит от уровня развития пространственных представлений специалиста.

Совершенно очевидно, что применение ЭВМ при изучении геометрии – один из важнейших этапов развития пространственных представлений. ЭВМ позволяет быстро находить нужное изображение, производить его вращение, перемещать.

Типичные недостатки в знаниях и умениях обучаемых, связанные с особенностями курса стереометрии, носят весьма устойчивый характер:

- 1) неправильные формулировки основных признаков взаимного положения геометрических объектов;
- 2) смешение общих признаков, понятий и их определений;
- 3) неправильное использование прямых и обратных теорем;
- 4) ошибки, связанные с установлением взаимного положения геометрических фигур по их изображению;
- 5) неверные суждения о свойствах геометрических фигур, основанные только на зрительном восприятии чертежа или модели;
- 6) проведение доказательств конкретным примером;

7) отождествление взаимного положения геометрических фигур в пространстве с положением аналогичных фигур на плоскости (видимое пересечение линий принимаемое за истинное; параллельные прямые изображаются непараллельными, неправильно указываются точки пересечения прямых с плоскостями и линии пересечения плоскостей и т.п.).

Однако наличие указанных недостатков не предопределяется программой курса стереометрии, оно зависит от применяемой методики обучения.

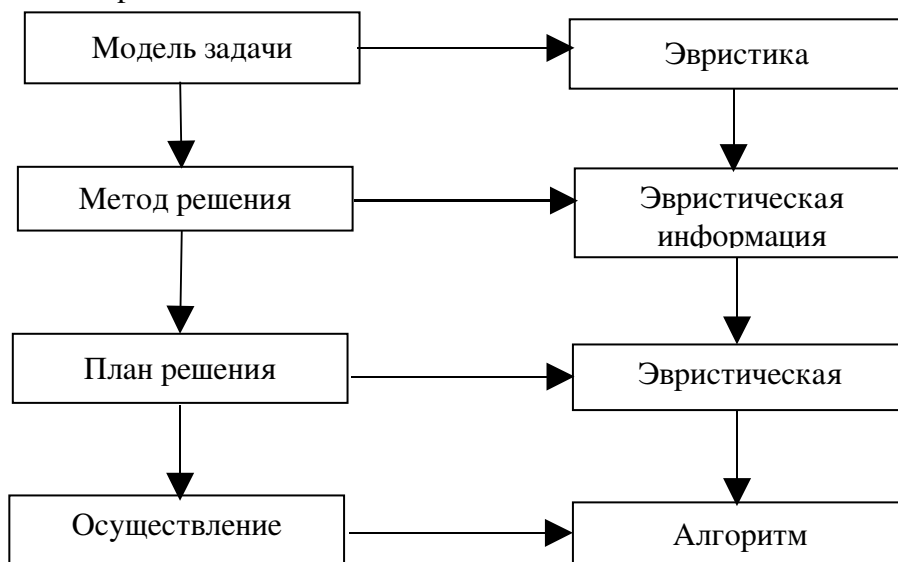
В нашей работе предлагается совершенствовать процесс обучения студентов ФМФ, учащихся старших классов решению задач на построение сечений многогранников с помощью обучающей программы, предусматривающей использование алгоритмов и эвристик.

Программа для обучения решению задач на компьютере создана на основе дидактических материалов, содержащих эвристическую информацию, эвристическую схему решения задач, эвристические программы решения классов задач, алгоритмов.

Как показывает опыт использования обучающей программы, происходит не только обучение решению конкретных задач, но и формирование обобщённых приёмов решения класса задач, общей культуры решения задач. Организация самостоятельного поиска обобщённых программ решения класса задач способствует формированию творческого мышления, умению решать нестандартные задачи.

Известно, что решение задачи регулируется её содержанием. Но известно также, что структура поиска решения относительно независима от логической структуры задачи. Таким образом, для того, чтобы решить задачу, необходимо научиться понимать её логическую определённую, т.е. находить путь решения задачи в ходе анализа её условия. На основе логической определённости задачи, выделив её структуру, составляются предписания, способствующие поиску метода её решения.

Соответствие модели задачи и предписаний по её решению может быть представлено следующим образом:



В эвристике содержатся в общем виде указания, стимулирующие поиск, но не гарантирующие успех и регламентированное решение. Эвристика составляется, как правило, в качестве итога работы по решению задач определённого класса.

Для решения задач на построение сечений многогранников может быть использована следующая эвристика:

1. В результате проведения анализа после выполнения определённого количества шагов задачу свести к построению общих точек соответствующих плоскостей (одна из которых секущая).

2. При выполнении построения сечения следует подниматься от построения общих точек плоскостей (одна из которых секущая), затем линий их пересечения, до получения многоугольника, вершины которого принадлежат рёбрам многогранника.

Приведём пример эвристической информации, которая может быть использована при решении задач на построение сечений многогранников плоскостью, заданной тремя точками, не лежащими на одной прямой и принадлежащими многограннику.

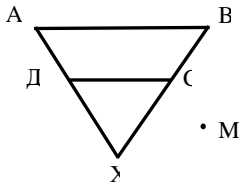
Возможные варианты условия	Соответствующая условию эвристическая информация, помогающая найти общий путь решения задачи
1. Построить общую точку двух плоскостей, каждая из которых задана тремя точками. 2. Построить линию пересечения двух плоскостей, каждая из которых задана тремя точками. 3. Построить сечение многогранника плоскостью, заданной тремя точками, не лежащими на одной прямой и принадлежащими многограннику.	1. Точку следует строить как пересечение двух прямых. Эти прямые следует искать или строить так, чтобы точка их пересечения была одновременно общей точкой данных плоскостей (принадлежала бы каждой из них). 2. Следует построить две точки пересечения данных плоскостей. Задача 2 сводится к решению задачи 1. 3. Следует построить выпуклый многоугольник, вершины которого принадлежат ребрам многогранника и не могут быть внутренними точками граней многогранника. Для построения сторон указанного многогранника следует построить линии пересечения двух плоскостей (задача 2), одна из которых секущая, вторая – содержащая соответствующую грань многогранника.

Из приведённого примера видно, что в эвристической информации зафиксирована корреляция возможных вариантов условий и общих путей решения задач. Эта связь фиксируется учениками по указанию учителя в процессе решения задач. Внимание учащихся обращается при этом на «ключевые моменты» в условиях, как бы «сигнализирующие» о соответствующем методе, то есть делается акцент на наиболее информативных относительно метода решения структурных элементах содержания задачи.

Особое внимание должен обратить учитель на эвристическую схему. В ней интегрально объединены условия задачи, требования к процессу отыскания необходимой информации, сама информация и, наконец, указания к решению, приобретающие в одном случае характер эвристики, в других алгоритма.

Именно в схеме отражён процесс членения задачи на отдельные этапы, последовательное осмысление и прохождение которых приближает ученика к решению задачи на основе определённого метода решения задачи вообще. Понятно, что речь идёт о задаче на построение, но всё дело в том, что формирование культуры решения задачи способствует выработке умений решения геометрических задач не обязательно этого типа или

шире – решения математических задач. Далее приведём в качестве примера эвристическую схему решения задачи на построение общей точки двух плоскостей, каждая из которых задана тремя точками.

Задача 1	Вопросы для отыскания достаточной информации	Информация	Действия по решению задачи
1	2	3	4
 Дано: $ABCD$ – трапеция $(AB) \cap (CD) = M \in (ABC)$ $\angle ADM = \alpha$, $\angle BCM = \beta$ Построить точку пересечения плоскостей α и β. 1. а) $(AD) \subset \alpha$, $(BC) \subset \beta$. б) $\{(AD), (BC)\} \cap (ABC)$ 2. Из $(1) \Rightarrow X = (AD) \cap (BC)$	1. Что достаточно знать, чтобы построить точку? 2. Каким условиям должны удовлетворять прямые, чтобы точка их пересечения была одновременно общей точкой плоскостей α и β?	1. Точка есть пересечение двух прямых. 2. а) Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и все её точки принадлежат этой плоскости. б) Для того, чтобы две прямые пересекались, необходимо, чтобы они содержались в одной плоскости.	1. Точку следует строить как пересечение двух прямых. 2. Указанные в п.1 прямые следует найти или построить так, чтобы: а) одна из них содержалась в плоскости α, а другая – в плоскости β; б) обе прямые содержались в одной плоскости. 3. Для построения точки следует выполнить указание 2, а затем 1 столбца 4.

Пример эвристической программы по решению класса задач: «Построить общую точку двух плоскостей, каждая из которых задана тремя точками ($x = \alpha \cap \beta$)».

1. Точку X следует строить как пересечение двух прямых u и z .

2. Прямые u и z следует найти или построить так, чтобы

а) $u \subset \alpha, z \subset \beta$ (или $z \subset \alpha, u \subset \beta$);

б) каждая из прямых u и z содержалась в одной и той же плоскости γ . В частности, эта плоскость может совпадать с одной из заданных плоскостей.

Примечание. Если две точки каждой из прямых u и z содержатся в данном многограннике, то достаточно прямую u построить по двум данным точкам, принадлежащим плоскости α , а прямую z найти (или построить) как проекцию прямой u на плоскость β .

Эвристические программы содержат обобщённые планы решения классов задач. Они не являются чем-то застывшим, наоборот, отражая наиболее существенные моменты в решении классов задач, могут перестраиваться и упорядочиваться при решении каждой конкретной задачи. Эвристические программы нацеливают на формирование гипотез, определяя достаточно широкую область поиска, помогая каждому обучающемуся самостоятельно найти индивидуальный путь решения. Вместе с тем обобщённые планы помогают сближению субъективной структуры решения с объективно-логической.

Алгоритм решения задач на построение сечений многогранников плоскостью, заданной тремя точками, не лежащими на одной прямой и принадлежащими многограннику.

1. Выберите две точки из трёх данных.
2. Постройте прямую, которой принадлежат выбранные две точки.
3. Постройте её проекцию на плоскость основания. (Если данный многогранник есть призма, стройте параллельную проекцию при проектировании параллельно боковому ребру призмы. Если данный многогранник – пирамида, стройте центральную проекцию с центром в вершине пирамиды.)
4. Найдите точку пересечения построенной прямой и её проекции.
5. Выберите ещё две точки из трёх данных, причём так, чтобы хотя бы одна из них была отлична от уже выбранных в п. 1.
6. Повторите построения п. 2 – 4.
7. Постройте прямую, которой принадлежат две точки (см. п. 4– п.6).
8. Выберите грань, имеющую с секущей плоскостью общую точку, не принадлежащую прямой, построенной в п.7. (Если грань имеет с секущей плоскостью две общие точки, построение очевидно.)
9. Выберите ребро, принадлежащее выбранной в п.8 грани и основанию многогранника.
10. Найдите точку пересечения прямой, содержащей это ребро, и прямой, построенной в п. 7.
11. Постройте прямую, которой принадлежат точка, построенная в п. 10, и точка принадлежащая грани, выбранной в п.8.
12. Найдите отрезок, содержащийся в построенной прямой, концы которого принадлежат рёбрам многогранника.
13. Повторите построения п. 8–12 до получения многоугольника.

Разработанная нами программа для обучения решению задач на компьютере имеет два аспекта: статический и динамический. Как статический учебный курс — это пособие, которое представляет собой набор порций учебного материала и контрольных работ. Каждая порция имеет определенную структуру: заголовок, текст, вопрос. Текст содержит законченное сообщение по пункту материала, вопрос относится или непосредственно к тексту, или ко всей теме, частью которой является порция.

Лучшей для усвоения материала является привычная, «книжная» длина строки — 60 символов. Размер диктует следующие требования к содержанию фрагмента: мате-

риал должен быть лаконичным, конкретным, ясным. Фрагмент, отвечающий таким требованиям, легко несет и справочную функцию, что немаловажно при работе с ЭВМ. Кажущаяся сжатость изложения компенсируется спиральной организацией знакомства с материалом.

Динамический курс представляет собой обучающую систему с различными наборами последовательностей фрагментов для каждого обучаемого. Предусматривается подача материала в дифференцированном темпе по времени, с различной детализацией одних и тех же сообщений системы, с опусканием фрагментов в цепочке сообщений, с выдачей помощи по мере необходимости.

Программа содержит два уровня адаптации: верхний уровень — выбор темы и разветвление внутри темы; нижний уровень — работа с фрагментом.

Верхний уровень адаптации обеспечивается графами процессов изучения разделов курса. Каждый ориентировочный адаптационный граф имеет два пути обхода: обязательный и по выбору обучаемого.

На первом пути строятся различные модели курса для каждого учащегося. Для реализации этого пути в начале разделов обучаемому предлагаются списки глав курса с указанием точек входа, а в каждой главе — список параграфов. Программы изучения параграфов в основном линейны, но и в параграфах имеются разветвления. Как правило, такие разветвления относятся к дополнительному материалу. Разветвляющаяся программа изучения курса позволяет осуществлять адаптацию не только к темпу, но и к содержанию и даже к уровню знаний, умений и навыков обучаемого.

Изучение курса по выбору обучаемого позволяет использовать курс как справочное пособие, а также для «вертикального» прохождения курса.

Обязательный путь обучения проходит через все вершины графа курса и гарантирует качество знаний обучаемого. При прохождении по этому пути запоминается место прерывания предыдущего сеанса обучения и новый сеанс начинается с фрагмента, следующего за последним изученным.

Нижний уровень адаптации автоматизированного обучающего курса к индивидуальным особенностям обучаемого достигается на основе анализа ответа на вопрос фрагмента («правильно» — «неправильно») и времени реакции на вопросы. Время реакции — субъективный показатель, он используется лишь как косвенная информация о том, что при выполнении некоторого задания у обучаемого были трудности и поэтому повторение данного материала может оказаться для него полезным. Путь движения по разветвленной программе определяется также характером ответов обучаемого на вопросы, в частности его ошибками. Грубые ошибки при ответах приводят к возврату на один или несколько фрагментов. Эти возвраты в виде петель и симметричных пар ориентированных ребер графа процесса обучения также служат средствами адаптации.

В автоматизированной обучающей системе контролю подлежат такие факторы учебного процесса, как степень знакомства с материалом, запоминание этого материала учащимися. Таким образом, выделяются следующие компоненты знаний: оценивается формальное усвоение материала, проверяется способность учащегося самостоятельно мыслить, оценивается умение конкретизировать вопрос, фиксируется формальное качество правильно записывать решение.

Классификация ответов позволяет повысить адаптивность курса за счет целенаправленной помощи, осуществляемой в виде реплик на специфические ошибки. Если материал фрагмента несложный, комментарий на неправильный ответ имеет вид подсказки-разъяснения. После знакомства с таким комментарием обучаемый вводит правильный ответ и переходит к следующему фрагменту или вопросу.

Каждый параграф курса, содержащий более трех фрагментов, заканчивается контрольной работой. Результат выполнения контрольной работы обучаемым позволяет ответить на следующие вопросы: 1) достаточен ли уровень подготовки обучаемого с помощью обучающей программы, то есть достигнуты ли поставленные цели обучения? 2) какие проблемы имеют место в подготовке обучаемого? 3) что следует предпринять дальше? Решение перечисленных проблем осуществляется следующим образом. Каждый вопрос контрольной работы связан с определенным фрагментом. Вопрос ставится к основному содержанию фрагмента, требующего запоминания. Ответы на вопросы анализируются дифференцированно, и, хотя обучаемому сообщается в конце суммарная оценка и рекомендации по продолжению обучения, ему также указывается какой материал он усвоил неудовлетворительно. По своему усмотрению обучаемый может сам либо сразу, либо по истечении времени повторить эти фрагменты. Если по контрольной работе оценка неудовлетворительная, обучение продолжать невозможно, требуется повторение материала.

Главное преимущество автоматизированного обучения — индивидуальную направленность — можно использовать для организации внеурочных занятий с отстающими учащимися, а также для дополнительного разъяснения и иллюстрации наиболее трудных тем.

Обучение с использованием данного программного средства предполагается проводить следующим образом:

На экране ЭВМ будет предложено меню, состоящее из трех пунктов: «О программе», «Обучение», «Выход».

Обучение	О программе	Выход
----------	-------------	-------

При выборе пункта «О программе» на экране появится заставка с названием данного программного средства. «Выход» предназначен для выхода из программы.

Выбор из меню пункта «Обучение» запускает основной рабочий модуль программы, при этом на экране пользователю предлагается еще одно вертикальное меню, состоящее из трех пунктов: «Построение общей точки двух плоскостей», «Построение линии пересечения двух плоскостей» и «Построение сечений многогранников».

Построение общих точек двух плоскостей Построение линии пересечения двух плоскостей Построение сечений многогранников

Прохождение обучения по первым двум пунктам подготавливает учащихся к изучению основной темы «Построение сечений многогранников».

Сам процесс обучения представляет собой последовательную смену экранов с информацией.

Рекомендуется пройти первый пункт данного меню, затем выбрать второй пункт, который предусматривает обучение по данному пункту и контроль.

Контроль представляет собой последовательность вопросов. Учащийся должен выбрать один вариант ответа из трех предложенных. После прохождения контроля ему будет представлено окно с результатами тестирования. Если ученик ответил правильно на все вопросы или ошибся один-два раза, то ему можно переходить к третьему пункту

обучения. Если же ошибок больше, то рекомендуем пройти первые два пункта обучения еще раз.

Выбор третьего пункта предполагает обучение по двум системам обучения: «Алгоритмические предписания», «Эвристические предписания». По какой системе предписаний обучаться тому или иному учащемуся определяет учитель.

Алгоритмические предписания

Эвристические предписания

Алгоритм, по которому ведется построение сечений многогранников, выдается учащимся заранее. При выборе этого пункта меню учащемуся на примере, поэтапно, представляется решение задачи на построение сечения многогранника, следуя выданному алгоритму.

Обучение по системе эвристических предписаний проводится иначе.

Учащимся предлагается не строгий алгоритм, а наталкивающие на решение вспомогательные вопросы. То есть при решении конкретной задачи на экране высвечивается вспомогательный вопрос, и затем предоставляется ответ на него, потом еще вопрос – и снова ответ. Таким образом постепенно проясняется ход решения задачи.

После прохождения этапа обучения решению задач на построение сечения многогранника по той или иной системе предписания учащимся предлагается решить задачу самостоятельно. Это осуществляется пунктом «Контроль». Учащийся должен решить задачу в тетради (или на листке) и затем предоставить на проверку учителю.

В случае если ученик затрудняется решить задачу самостоятельно, на экране предусмотрена клавиша «Помощь». При первом нажатии мышкой этой клавиши учащемуся предоставляется экран с первым шагом решения задачи, при втором нажатии – второй экран, и при третьем – третий экран помощи.

Учитель проверяет решение задачи; если задача решена верно, учитель должен воспользоваться клавишей «Для учителя». При этом на экране будет выведена информация о количестве подсказок, которыми воспользовался ученик. Если учащийся использовал все три подсказки, ему обязательно необходимо пройти курс обучения еще раз.

Применение разработанной нами обучающей программы по обучению студентов физико-математического факультета и учащихся старших классов решению задач на построение сечений многогранников оказалось позитивным. Обучаемые успешно решали задачи по указанной теме. Кроме того, использование программы позволило решить ряд методических и психолого-педагогических проблем: осуществить дифференцированный подход к обучению, взаимопомощь и самоконтроль, развивать самостоятельность мышления, формировать общие подходы к поиску решения задач, повысить интерес и активность в учении.